

Laura e Petrarca: *tertium non datur?*

(la matematica dell'amore incontra la filologia)

Roberto Mercuri ¹ Fabio Rosso ²

¹Dip. Italianistica, Univ. "La Sapienza", Roma

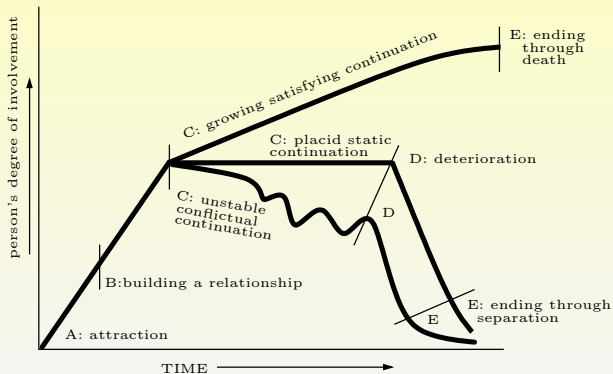
²Dip. Mat. e Inf. "Ulisse Dini", Univ. Firenze, Italy

13 aprile 2016



I grafici di Levinger

J. of Experimental Social Psychology, (1980): Toward the Analysis of Close Relationships

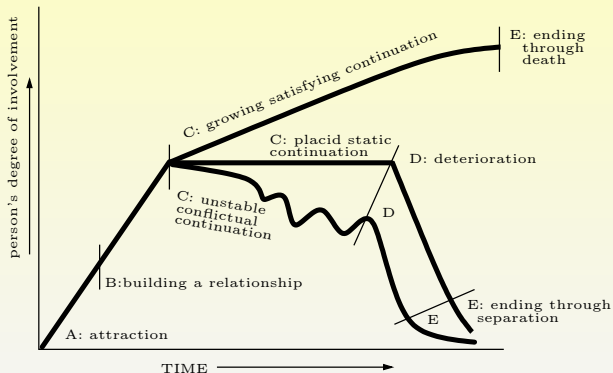


Molto naïve: non si comprende la dinamica di coppia!
Ma Levinger è un sociologo, non un modellista matematico!



I grafici di Levinger

J. of Experimental Social Psychology, (1980): Toward the Analysis of Close Relationships

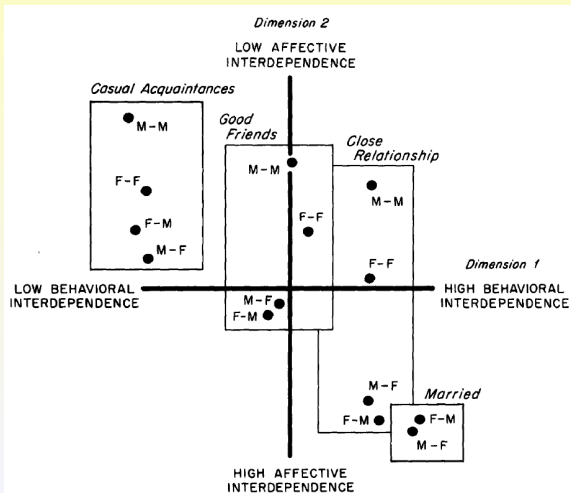


Molto naïve: non si comprende la dinamica di coppia!
Ma Levinger è un sociologo, non un modellista matematico!



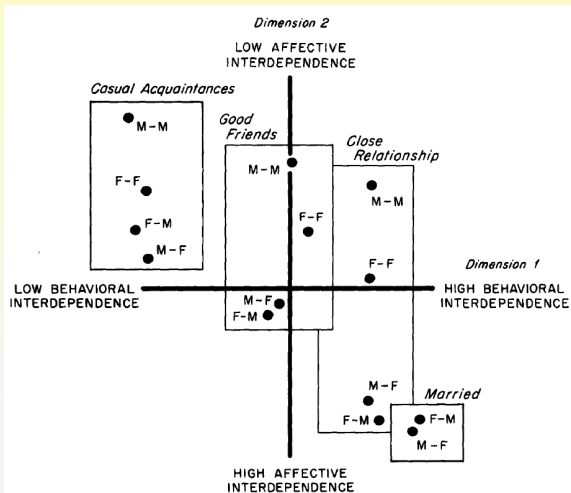
I grafici di Levinger

J. of Experimental Social Psychology, (1980): Toward the Analysis of Close Relationships



I grafici di Levinger

J. of Experimental Social Psychology, (1980): Toward the Analysis of Close Relationships



Realtà e modello

- I matematici descrivono la realtà costruendo “modelli matematici”
- Un “buon” modello non solo “descrive” tali eventi e li “spiega” ma anche li “prevede” (**principio del determinismo**)
- Da 300 anni il calcolo differenziale è lo strumento dominante per la modellistica
- Esistono modelli per la finanza, per la meccanica, per la medicina, per la chimica, per la scienza degli alimenti, per le dinamiche socio-economiche ed una infinità di altri campi

È possibile modellare matematicamente una storia d'amore ?

...e se la storia è un capolavoro della letteratura mondiale, il filologo e il matematico possono dialogare e trarne reciproco vantaggio?



Realtà e modello

- I matematici descrivono la realtà costruendo “modelli matematici”
- Un “buon” modello non solo “descrive” tali eventi e li “spiega” ma anche li “prevede” (**principio del determinismo**)
- Da 300 anni il calcolo differenziale è lo strumento dominante per la modellistica
- Esistono modelli per la finanza, per la meccanica, per la medicina, per la chimica, per la scienza degli alimenti, per le dinamiche socio-economiche ed una infinità di altri campi

È possibile modellare matematicamente una storia d'amore ?

...e se la storia è un capolavoro della letteratura mondiale, il filologo e il matematico possono dialogare e trarne reciproco vantaggio?



Realtà e modello

- I matematici descrivono la realtà costruendo “modelli matematici”
- Un “buon” modello non solo “descrive” tali eventi e li “spiega” ma anche li “prevede” (**principio del determinismo**)
- Da 300 anni il calcolo differenziale è lo strumento dominante per la modellistica
- Esistono modelli per la finanza, per la meccanica, per la medicina, per la chimica, per la scienza degli alimenti, per le dinamiche socio-economiche ed una infinità di altri campi

È possibile modellare matematicamente una storia d'amore ?

...e se la storia è un capolavoro della letteratura mondiale, il filologo e il matematico possono dialogare e trarne reciproco vantaggio?



Realtà e modello

- I matematici descrivono la realtà costruendo “modelli matematici”
- Un “buon” modello non solo “descrive” tali eventi e li “spiega” ma anche li “prevede” (**principio del determinismo**)
- Da 300 anni il calcolo differenziale è lo strumento dominante per la modellistica
- Esistono modelli per la finanza, per la meccanica, per la medicina, per la chimica, per la scienza degli alimenti, per le dinamiche socio-economiche ed una infinità di altri campi

È possibile modellare matematicamente una storia d'amore ?

...e se la storia è un capolavoro della letteratura mondiale, il filologo e il matematico possono dialogare e trarne reciproco vantaggio?



Realtà e modello

- I matematici descrivono la realtà costruendo “modelli matematici”
- Un “buon” modello non solo “descrive” tali eventi e li “spiega” ma anche li “prevede” (**principio del determinismo**)
- Da 300 anni il calcolo differenziale è lo strumento dominante per la modellistica
- Esistono modelli per la finanza, per la meccanica, per la medicina, per la chimica, per la scienza degli alimenti, per le dinamiche socio-economiche ed una infinità di altri campi

È possibile modellare matematicamente una storia d'amore ?

...e se la storia è un capolavoro della letteratura mondiale, il filologo e il matematico possono dialogare e trarne reciproco vantaggio?



Realtà e modello

- I matematici descrivono la realtà costruendo “modelli matematici”
- Un “buon” modello non solo “descrive” tali eventi e li “spiega” ma anche li “prevede” (**principio del determinismo**)
- Da 300 anni il calcolo differenziale è lo strumento dominante per la modellistica
- Esistono modelli per la finanza, per la meccanica, per la medicina, per la chimica, per la scienza degli alimenti, per le dinamiche socio-economiche ed una infinità di altri campi

È possibile modellare matematicamente una storia d'amore ?

...e se la storia è un capolavoro della letteratura mondiale, il filologo e il matematico possono dialogare e trarne reciproco vantaggio?



I padri “nobili” della modellistica matematica



Sir Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried W. von Leibniz (1646-1716)

A loro si devono il calcolo differenziale e i primi modelli fondamentali

L'esempio di Strogaz

Math. Magaz. (1988): Love affairs and Differential Equations

Romeo e Giulietta (coppia generica, non identificabile a priori con i personaggi di Shakespeare)

$R(t)$ = sentimenti di R. per G.

$G(t)$ = sentimenti di G. per R.

t = tempo.

$R, G > 0 \Leftrightarrow$ amore, passione, attrazione

$R, G < 0 \Leftrightarrow$ rifiuto, odio, insofferenza

$R = G = 0 \Leftrightarrow$ indifferenza



L'esempio di Strogaz

Math. Magaz. (1988): Love affairs and Differential Equations

Romeo e Giulietta (coppia generica, non identificabile a priori con i personaggi di Shakespeare)

$R(t)$ = sentimenti di R. per G.

$G(t)$ = sentimenti di G. per R.

t = tempo.

$R, G > 0 \Leftrightarrow$ amore, passione, attrazione

$R, G < 0 \Leftrightarrow$ rifiuto, odio, insofferenza

$R = G = 0 \Leftrightarrow$ indifferenza



Il modello più semplice: la coppia “lineare”

La “dinamica” dipende dal comportamento del partner ma anche dal proprio coinvolgimento emotivo

$$\frac{dR}{dt} = \underbrace{aR}_{\text{inerzia comport.}} + \underbrace{bG}_{\text{funz. reazione}},$$

$$\frac{dG}{dt} = \underbrace{cR}_{\text{funz. reazione}} + \underbrace{dG}_{\text{inerzia comport.}}$$

a, b, c, d **costanti** reali (positive, nulle o negative).

a = misura quanto Romeo è influenzato dai suoi stessi sentimenti,

b = misura quanto Romeo è influenzato dai sentimenti di Giulietta.

Analog. per c, d .

N.B.= l'indipendenza di a, b, c, d da t vuol dire che si trascurano gli effetti del tempo sulla dinamica (es. invecchiamento, assuefazione, consuetudine ecc.)



Il modello più semplice: la coppia “lineare”

La “dinamica” dipende dal comportamento del partner ma anche dal proprio coinvolgimento emotivo

$$\frac{dR}{dt} = \underbrace{aR}_{\text{inerzia comport.}} + \underbrace{bG}_{\text{funz. reazione}},$$

$$\frac{dG}{dt} = \underbrace{cR}_{\text{funz. reazione}} + \underbrace{dG}_{\text{inerzia comport.}}$$

a, b, c, d **costanti** reali (positive, nulle o negative).

a = misura quanto Romeo è influenzato dai suoi stessi sentimenti,

b = misura quanto Romeo è influenzato dai sentimenti di Giulietta.

Analog. per c, d .

N.B.= **l'indipendenza di a, b, c, d da t vuol dire che si trascurano gli effetti del tempo sulla dinamica (es. invecchiamento, assuefazione, consuetudine ecc.)**



Caratteristiche individuali

(terminologia degli studenti di Strogatz)

- **Eager beaver:** $a > 0$ (R. è incoraggiato dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (R. è incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Narcissistic nerd:** $a > 0$ (si compiace dei propri sentimenti per G.) e $b < 0$ (R. spaventato dai sentimenti di G. per lui)
- **Cautious lover:** $a < 0$ (rifugge dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Hermit:** $a < 0$ e $b < 0$ (R. rifiuta sia i propri sentimenti che quelli di G.)

Nota bene: il sentimento può essere sia positivo (amore) che negativo (rifiuto o odio). Ci sono 10 combinazioni possibili (al netto delle simmetrie).

È possibile l'amore fra un "amante prudente" e un "orso" oppure un "castoro affamato" ecc.?



Caratteristiche individuali

(terminologia degli studenti di Strogatz)

- **Eager beaver:** $a > 0$ (R. è incoraggiato dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (R. è incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Narcissistic nerd:** $a > 0$ (si compiace dei propri sentimenti per G.) e $b < 0$ (R. spaventato dai sentimenti di G. per lui)
- **Cautious lover:** $a < 0$ (rifugge dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Hermit:** $a < 0$ e $b < 0$ (R. rifiuta sia i propri sentimenti che quelli di G.)

Nota bene: il sentimento può essere sia positivo (amore) che negativo (rifiuto o odio). Ci sono 10 combinazioni possibili (al netto delle simmetrie).

È possibile l'amore fra un "amante prudente" e un "orso" oppure un "castoro affamato" ecc.?



Caratteristiche individuali

(terminologia degli studenti di Strogatz)

- **Eager beaver:** $a > 0$ (R. è incoraggiato dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (R. è incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Narcissistic nerd:** $a > 0$ (si compiace dei propri sentimenti per G.) e $b < 0$ (R. spaventato dai sentimenti di G. per lui)
- **Cautious lover:** $a < 0$ (rifugge dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Hermit:** $a < 0$ e $b < 0$ (R. rifiuta sia i propri sentimenti che quelli di G.)

Nota bene: il sentimento può essere sia positivo (amore) che negativo (rifiuto o odio). Ci sono 10 combinazioni possibili (al netto delle simmetrie).

È possibile l'amore fra un "amante prudente" e un "orso" oppure un "castoro affamato" ecc.?



Caratteristiche individuali

(terminologia degli studenti di Strogatz)

- **Eager beaver:** $a > 0$ (R. è incoraggiato dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (R. è incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Narcissistic nerd:** $a > 0$ (si compiace dei propri sentimenti per G.) e $b < 0$ (R. spaventato dai sentimenti di G. per lui)
- **Cautious lover:** $a < 0$ (rifugge dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Hermit:** $a < 0$ e $b < 0$ (R. rifiuta sia i propri sentimenti che quelli di G.)

Nota bene: il sentimento può essere sia positivo (amore) che negativo (rifiuto o odio). Ci sono 10 combinazioni possibili (al netto delle simmetrie).

È possibile l'amore fra un "amante prudente" e un "orso" oppure un "castoro affamato" ecc.?



Caratteristiche individuali

(terminologia degli studenti di Strogatz)

- **Eager beaver:** $a > 0$ (R. è incoraggiato dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (R. è incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Narcissistic nerd:** $a > 0$ (si compiace dei propri sentimenti per G.) e $b < 0$ (R. spaventato dai sentimenti di G. per lui)
- **Cautious lover:** $a < 0$ (rifugge dai propri sentimenti per G.) e $b > 0$ (incoraggiato dai sentimenti di G. per lui)
- **Hermit:** $a < 0$ e $b < 0$ (R. rifiuta sia i propri sentimenti che quelli di G.)

Nota bene: il sentimento può essere sia positivo (amore) che negativo (rifiuto o odio). Ci sono 10 combinazioni possibili (al netto delle simmetrie).

È possibile l'amore fra un "amante prudente" e un "orso" oppure un "castoro affamato" ecc.?

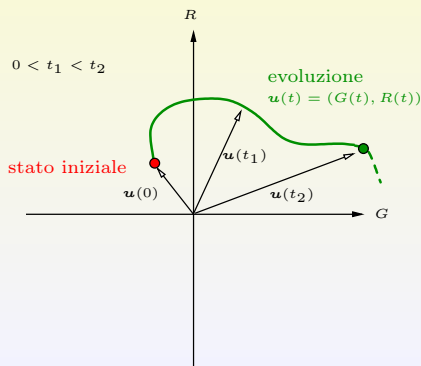


Evoluzione dei sentimenti

Matematicamente $\mathbf{u}(t) = (R(t), G(t)) \in \mathbb{R}^2$

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbb{A}\mathbf{u}, \quad \mathbb{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Se $\det \mathbb{A} \neq 0$, $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ (reciproca indifferenza) è l'**unico stato stazionario possibile**; molte tipologie di evoluzione del rapporto se lo stato iniziale non è la reciproca indifferenza.

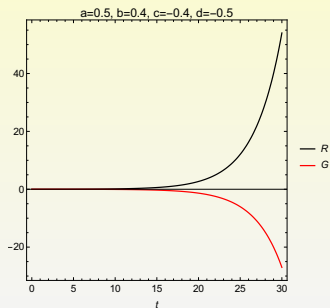
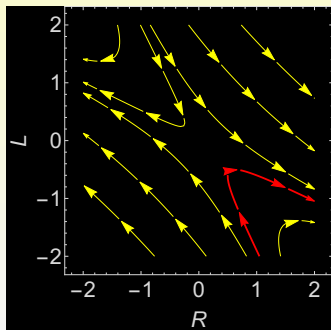


Esempio: individui con atteggiamento contrapposto

Eager Beaver ($a > 0, b > 0$) - Hermit ($c < 0, d < 0$)

Narcis. Nerd ($a > 0, b < 0$) - Cautious Lover ($c < 0, d > 0$)

$|a| > |b|$: **R. risponde più ai propri sentimenti che a quelli di G.**



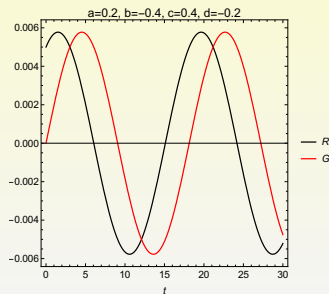
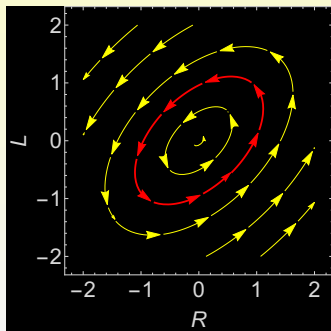
L'origine è una “sella” instabile: totale incompatibilità!

Esempio: individui con atteggiamento contrapposto

Eager Beaver ($a > 0, b > 0$) - Hermit ($c < 0, d < 0$)

Narcis. Nerd ($a > 0, b < 0$) - Cautious Lover ($c < 0, d > 0$)

$|a| < |b|$: **R. risponde meno ai propri sentimenti che a quelli di G.**



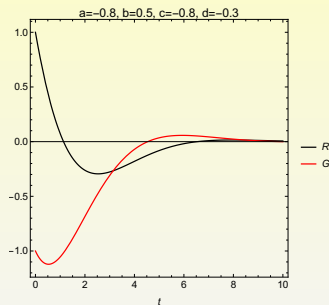
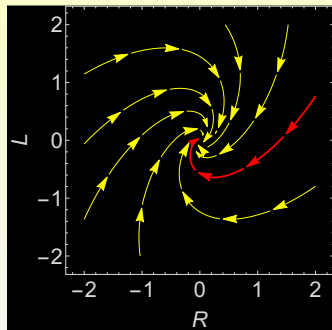
Per $|a| > |b|$ l'origine è un centro stabile: ciclo infinito di odio-amore



Esempio: la storia finisce nella mutua apatia

Cautious Lover ($a < 0, b > 0$) - Hermit ($c < 0, d < 0$)

con $|a| > |b|$:



L'origine è un fuoco stabile: la storia finisce nell'indifferenza reciproca



È didattico **ma non realistico** per almeno due motivi:

- non considera il ruolo dell'attrazione fisica (sex appeal),
- se lo stato iniziale è l'indifferenza reciproca (situazione reale) non c'è alcuna evoluzione possibile (lo stato stazionario è l'unica soluzione dell'equazione).

Manca cioè il meccanismo che spiega la genesi della relazione!

È didattico **ma non realistico** per almeno due motivi:

- non considera il ruolo dell'attrazione fisica (sex appeal),
- se lo stato iniziale è l'indifferenza reciproca (situazione reale) non c'è alcuna evoluzione possibile (lo stato stazionario è l'unica soluzione dell'equazione).

Manca cioè il meccanismo che spiega la genesi della relazione!

È didattico **ma non realistico** per almeno due motivi:

- non considera il ruolo dell'attrazione fisica (sex appeal),
- se lo stato iniziale è l'indifferenza reciproca (situazione reale) non c'è alcuna evoluzione possibile (lo stato stazionario è l'unica soluzione dell'equazione).

Manca cioè il meccanismo che spiega la genesi della relazione!

È didattico **ma non realistico** per almeno due motivi:

- non considera il ruolo dell'attrazione fisica (sex appeal),
- se lo stato iniziale è l'indifferenza reciproca (situazione reale) non c'è alcuna evoluzione possibile (lo stato stazionario è l'unica soluzione dell'equazione).

Manca cioè il meccanismo che spiega la genesi della relazione!



Più in generale...

I modelli matematicamente “più semplici” utilizzano n grandezze dipendenti unicamente dal tempo t la cui evoluzione è governata da n equazioni differenziali *ordinarie*).

Il vettore $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ rappresenta lo “stato” del sistema al tempo t

Equazione (vettoriale) di evoluzione:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}).$$

La funzione (vettoriale) $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ contiene le *peculiarità caratteristiche del modello* e il modo con cui $X_1, X_2 \dots X_n$ “si parlano” durante l’evoluzione.

$n = 2$ coppia standard

$n = 3$ triangolo amoroso (ma anche coppia più un “catalizzatore”)

$n \geq 4$ problema degli n “corpi” (ben noto in “astronomia” ma in questo caso ...??)



Più in generale...

I modelli matematicamente “più semplici” utilizzano n grandezze dipendenti unicamente dal tempo t la cui evoluzione è governata da n equazioni differenziali *ordinarie*).

Il vettore $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ rappresenta lo “stato” del sistema al tempo t

Equazione (vettoriale) di evoluzione:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}).$$

La funzione (vettoriale) $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ contiene le *peculiarità caratteristiche del modello* e il modo con cui $X_1, X_2 \dots X_n$ “si parlano” durante l’evoluzione.

$n = 2$ **coppia standard**

$n = 3$ **triangolo amoroso** (ma anche coppia più un “catalizzatore”)

$n \geq 4$ **problema degli n “corpi”** (ben noto in “astronomia” ma in questo caso ...??)



Più in generale...

I modelli matematicamente “più semplici” utilizzano n grandezze dipendenti unicamente dal tempo t la cui evoluzione è governata da n equazioni differenziali *ordinarie*).

Il vettore $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ rappresenta lo “stato” del sistema al tempo t

Equazione (vettoriale) di evoluzione:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}).$$

La funzione (vettoriale) $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ contiene le *peculiarità caratteristiche del modello* e il modo con cui $X_1, X_2 \dots X_n$ “si parlano” durante l’evoluzione.

$n = 2$ coppia standard

$n = 3$ triangolo amoroso (ma anche coppia più un “catalizzatore”)

$n \geq 4$ problema degli n “corpi” (ben noto in “astronomia” ma in questo caso ...??)



Più in generale...

I modelli matematicamente “più semplici” utilizzano n grandezze dipendenti unicamente dal tempo t la cui evoluzione è governata da n equazioni differenziali *ordinarie*).

Il vettore $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ rappresenta lo “stato” del sistema al tempo t

Equazione (vettoriale) di evoluzione:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}).$$

La funzione (vettoriale) $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ contiene le *peculiarità caratteristiche del modello* e il modo con cui $X_1, X_2 \dots X_n$ “si parlano” durante l’evoluzione.

$n = 2$ **coppia standard**

$n = 3$ triangolo amoroso (ma anche coppia più un “catalizzatore”)

$n \geq 4$ **problema degli n “corpi”** (ben noto in “astronomia” ma in questo caso ...??)



Più in generale...

I modelli matematicamente “più semplici” utilizzano n grandezze dipendenti unicamente dal tempo t la cui evoluzione è governata da n equazioni differenziali *ordinarie*).

Il vettore $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ rappresenta lo “stato” del sistema al tempo t

Equazione (vettoriale) di evoluzione:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}).$$

La funzione (vettoriale) $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ contiene le *peculiarità caratteristiche del modello* e il modo con cui $X_1, X_2 \dots X_n$ “si parlano” durante l’evoluzione.

$n = 2$ **coppia standard**

$n = 3$ **triangolo amoroso** (ma anche coppia più un “catalizzatore”)

$n \geq 4$ **problema degli n “corpi”** (ben noto in “astronomia” ma in questo caso ...??)

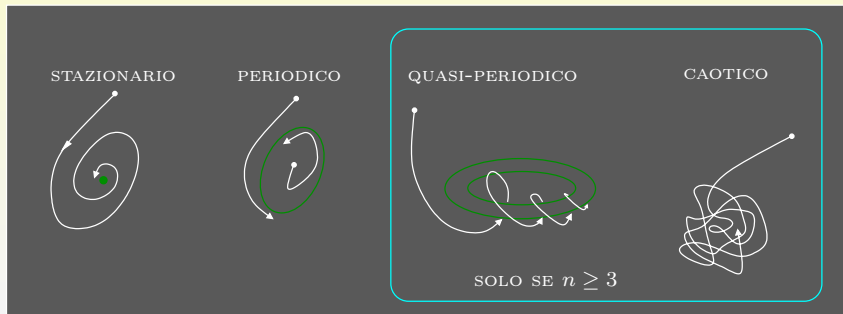


Regimi asintotici

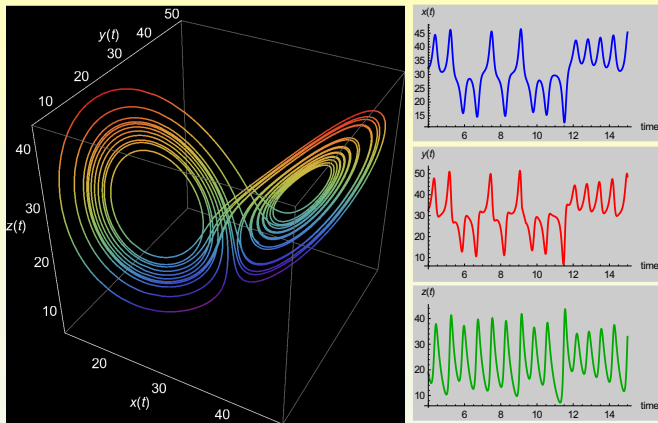
Che succede alle funzioni di stato per $t \rightarrow +\infty$?

Possibili evoluzioni in funzione dello “stato iniziale” del sistema e dei “parametri di struttura”.

solo quattro regimi asintotici “osservabili” nello “spazio degli stati” \mathbb{R}^n



Nel regime caotico a volte è presente una “struttura”!



Attrattore “strano” di Lorenz (appare nel modello di “triangolo amoroso”)

Storie d'amore con modelli non elementari

(Rinaldi e al. (1998 -), Sprott (2004 -), vari articoli)

$X_i(t)$ = sentimenti al tempo t dell'individuo i per il partner

$$\begin{aligned}\frac{d X_1}{d t} &= -\underbrace{\alpha_1 X_1}_{\text{oblio}} + \underbrace{f_2(X_2)}_{\text{reazione al sentimento}} + \underbrace{f_3(A_2)}_{\text{attr. fisica}} \\ \frac{d X_2}{d t} &= \dots \quad \text{idem}\end{aligned}$$

oblio “lineare” ($\alpha_1 > 0$): se non “alimentato” l'amore decade nel tempo e svanisce

reazione sentim.: è la reazione al grado di coinvolgimento emotivo del partner

attr. fisica: è l'istinto sessuale

f_2, f_3 funzioni eventualmente *non lineari*



Storie d'amore con modelli non elementari

(Rinaldi e al. (1998 -), Sprott (2004 -), vari articoli)

$X_i(t)$ = sentimenti al tempo t dell'individuo i per il partner

$$\begin{aligned}\frac{d X_1}{d t} &= - \underbrace{\alpha_1 X_1}_{\text{oblio}} + \underbrace{f_2(X_2)}_{\text{reazione al sentimento}} + \underbrace{f_3(A_2)}_{\text{attr. fisica}} \\ \frac{d X_2}{d t} &= \dots \quad \text{idem}\end{aligned}$$

oblio "lineare" ($\alpha_1 > 0$): se non "alimentato" l'amore decade nel tempo e svanisce

reazione sentim.: è la reazione al grado di coinvolgimento emotivo del partner

attr. fisica: è l'istinto sessuale

f_2, f_3 funzioni eventualmente *non lineari*



Storie d'amore con modelli non elementari

(Rinaldi e al. (1998 –), Sprott (2004 –), vari articoli)

$X_i(t)$ = sentimenti al tempo t dell'individuo i per il partner

$$\begin{aligned}\frac{d X_1}{d t} &= - \underbrace{\alpha_1 X_1}_{\text{oblio}} + \underbrace{f_2(X_2)}_{\text{reazione al sentimento}} + \underbrace{f_3(A_2)}_{\text{attr. fisica}} \\ \frac{d X_2}{d t} &= \dots \quad \text{idem}\end{aligned}$$

oblio “lineare” ($\alpha_1 > 0$): se non “alimentato” l'amore decade nel tempo e svanisce

reazione sentim.: è la reazione al grado di coinvolgimento emotivo del partner

attr. fisica: è l'istinto sessuale

f_2, f_3 funzioni eventualmente *non lineari*

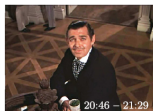


Gone with the Wind ($n = 2$)

Rinaldi e al. (Physica A, 2013)



(S.1) Scarlett flirting at a party



(S.2) The first encounter



(S.3) Rhett teases Scarlett about her widowhood



(S.4) Rhett bids to dance with Scarlett and she accepts



(S.5) The first kiss



(S.6) Rhett declares his love before leaving her



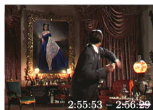
(S.7) Scarlett visits Rhett in jail



(S.8) Rhett proposes marriage to Scarlett



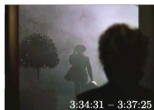
(S.9) Scarlett and Rhett just after marrying



(S.10) Strong signs of Rhett's disinvolvement



(S.11) Rhett offers Scarlett to get divorced

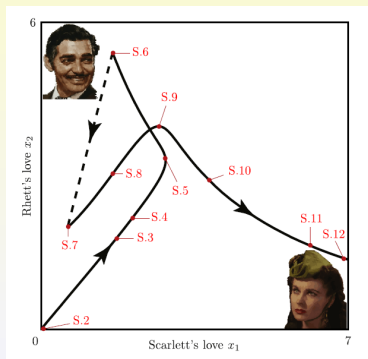


(S.12) Rhett quits Scarlett

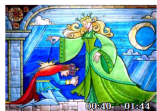
Gone with the Wind: il modello

$$\dot{X}_1 = -\alpha_1 X_1 + \varrho_1 A_2 + R_1(X_2)$$

$$\dot{X}_2 = -\alpha_2 X_2 + \varrho_2 A_1 + R_2(X_1)$$



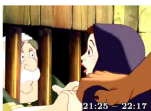
La bella e la bestia ($n = 2$)



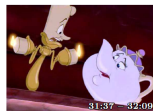
(BB1) Foreword



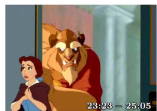
(BB2) The grace of Beauty



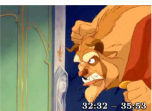
(BB3) The exchange of prisoners



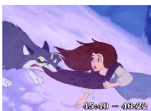
(BB4) The Beast's friends suggestion



(BB5) The Beast invites Beauty for dinner



(BB6) The Beast reacts to her refusal



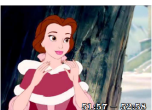
(BB7) The Beast rescues Beauty from the wolves



(BB8) Beauty cures The Beast and thanks him



(BB9) The Beast offers Beauty the access to the library



(BB10) The first symptoms of Beauty's involvement



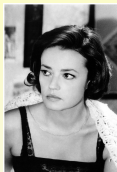
(BB11) The ball and the statement of happiness



(BB12) The fairy transforms The Beast into a prince

Jules e Jim ($n = 3$)

Storia vera (autobiografica di Henri-Pierre Roché) narrata in *Jules e Jim* (publ. 1953). Film omonimo di F. Truffaut, 1962.



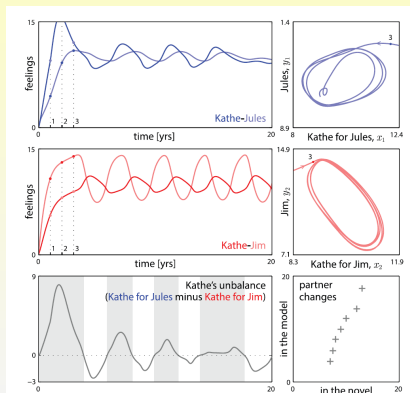
Jules e Jim ($n = 3$)

Storia vera (autobiografica di Henri-Pierre Roché) narrata in *Jules e Jim* (publ. 1953). Film omonimo di F. Truffaut, 1962.



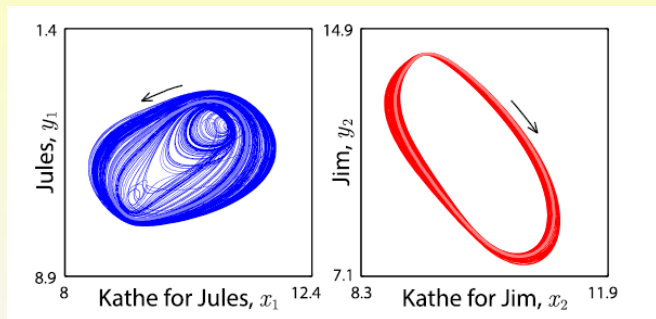
Jules e Jim ($n = 3$)

Modello del *libero amore* con modeste componenti di gelosia.
Triangolo amoroso con Kathe che “oscilla” dall’uno all’altro!

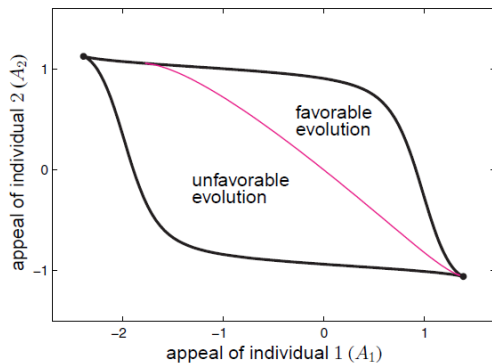


Jules e Jim ($n = 3$)

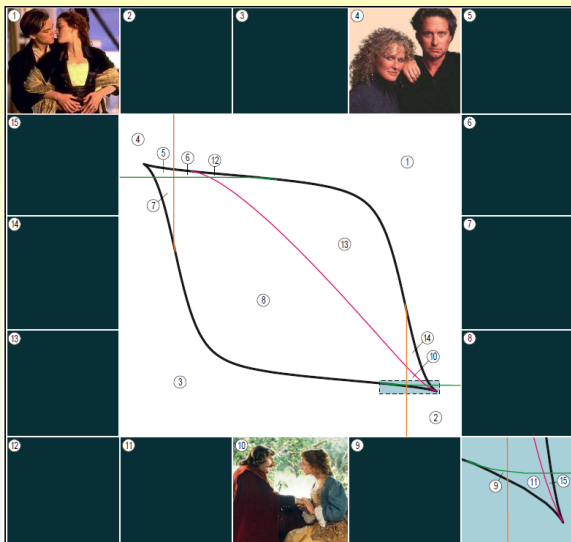
Modello del *libero amore* con modeste componenti di gelosia.
Triangolo amoroso con Kathe che “oscilla” dall’uno all’altro!



Il ruolo del “sex appeal”



Il ruolo del “sex appeal”



Venendo (finalmente) a Laura e Petrarca...



Il problema della datazione del *Rerum Vulgarium Fragmenta*

Solo 23 componimenti del *Canzoniere* hanno una “data” più o meno certa.

L’idea di Jones (un **filologo** con attitudini matematiche)

*The principal aims of this study are to examine structure and chronology in the First Part of Petrarch’s Canzoniere by applying the analytical methods of **catastrophe theory** to its psychological evolution, and subsequently to ascertain whether its aesthetic, stylistic and linguistic evolution supports the resulting **chronology**.*

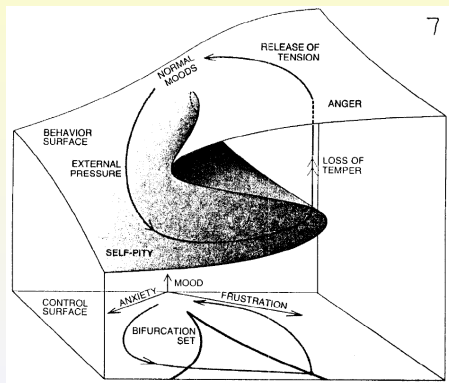
The structure of Petrarch’s Canzoniere, 1995

L’idea di Jones è applicabile solo alla cosiddetta “prima parte” del Canzoniere (263 componimenti).



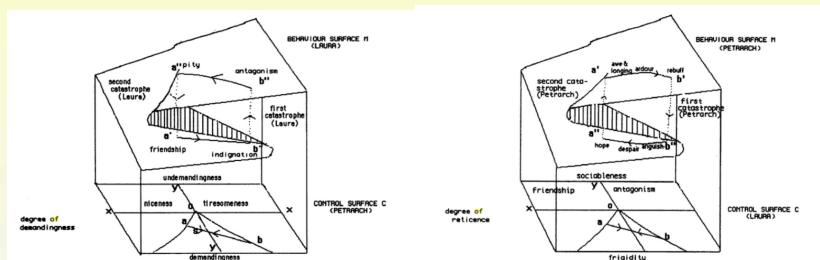
Il problema della datazione del *Rerum Vulgarium Fragmenta*

Jones è affascinato dagli studi di Zeeman (1976) sulla teoria (matematica) delle catastrofi e dalla sua applicabilità ad esempio al comportamento umano....



Il problema della datazione del *Rerum Vulgarium Fragmenta*

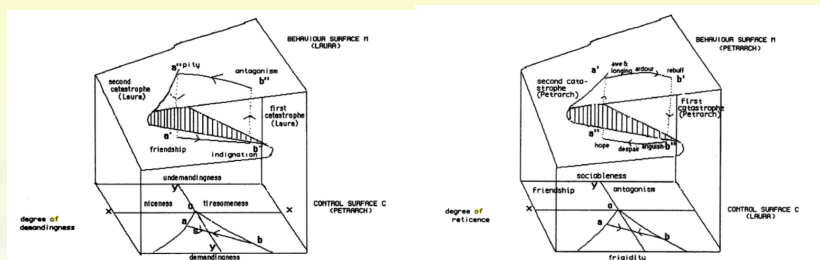
... e la applica a Laura e Petrarca (primo capitolo di *The structure of Petrarch's Canzoniere*)!



Nasce così l'idea di una evoluzione "ciclica" nel rapporto amoroso!

Il problema della datazione del *Rerum Vulgarium Fragmenta*

... e la applica a Laura e Petrarca (primo capitolo di *The structure of Petrarch's Canzoniere*)!



Nasce così l'idea di una evoluzione "ciclica" nel rapporto amoroso!

La “ciclicità” del rapporto amoroso

Quantificazione di Jones del sentimento (in ordine crescente):
despair, waning despair, waning anguish, waning melancholy, ecc. (in ambito “negativo”) a *awe and longing, serene love, soaring love, ecc.*
fino ad *ardour, estatic love* (in ambito “positivo”).

Traduzione numerica: -1 (*despair*) e $+1$ (*estatic love*)

valori intermedi fra -1 e $+1$: corrispondono a sentimenti meno intensi quali amore, tenera amicizia, simpatia, struggente melanconia, inquietudine o angoscia.



La “ciclicità” del rapporto amoroso

Quantificazione di Jones del sentimento (in ordine crescente):
despair, waning despair, waning anguish, waning melancholy, ecc. (in ambito “negativo”) a *awe and longing, serene love, soaring love, ecc.*
fino ad *ardour, estatic love* (in ambito “positivo”).

Traduzione numerica: -1 (*despair*) e $+1$ (*estatic love*)

valori intermedi fra -1 e $+1$: corrispondono a sentimenti meno intensi quali amore, tenera amicizia, simpatia, struggente melanconia, inquietudine o angoscia.



Esempi

“angoscia” (con un valore corrispondente a -0.8)

*Io son de l'aspectar ormai sì vinto,
et de la lunga guerra dei sospiri,
ch'i aggio in odio la speme e i desiri,
ed ogni laccio ond'è 'l mio core avinto.*

Canzoniere, *XCVI*

“amore” (con un valore corrispondente a $+0.6$)

*Allor fui preso; et non mi spiacque poi,
sì dolce lume uscia degli occhi suoi!*

Canzoniere, *CVI*



Esempi

Il minimo (-1) identifica una “profonda disperazione”:

*Cosí mancando vo di giorno in giorno,
sí chiusamente, ch'i' sol me n'accorgo
et quella che guardando il cor mi strugge.*

Canzoniere, LXXIX

Caso meno estremo: -0.45 (melanconia)

*Parme d'udir la, udendo i rami et l'òre
et le frondi, et gli augei lagnarsi, et l'acque
mormorando fuggir per l'erba verde.*

Canzoniere, CLXXVI



“Ciclicità” del coinvolgimento reciproco

Coinvolgimento di Petrarca

*Amor con sue promesse lusingando
mi ricondusse a la prigione antica,
et die' le chiavi a quella mia nemica
ch'anchor me di me stesso tene in bando.*

Canzoniere, LXXVI

*Qual mio destìn, qual forza o qual inganno,
mi riconduce disarmato al campo,
là 've sempre son vinto? e s'io ne scampo,
meraviglia n'avrò; s'i' moro, il danno.*

Canzoniere, CCXXI



“Ciclicità” del coinvolgimento reciproco

...ma anche di Laura

*Di tempo in tempo mi si fa men dura
l'angelica figura e 'l dolce riso,
et l'aria del bel viso
e degli occhi leggiadri meno oscura.*

Canzoniere, CXLIX

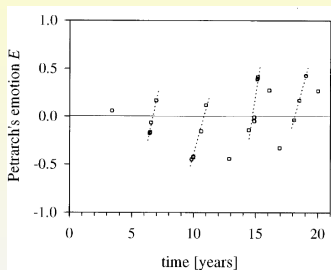


I “cicli” di Jones e il suo “metodo” di datazione

Questa analisi conduce Jones a costruire una funzione

$$t_i \mapsto E_i \in [-1, 1], \quad i = 1, \dots, 23,$$

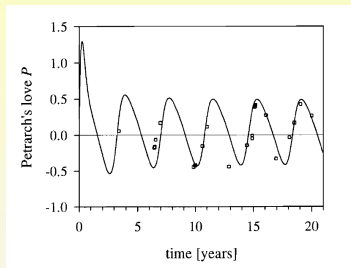
dove t_i è la data del i -esimo componimento e E_i il coinvolgimento emotivo di Petrarca



Le coordinate dei punti sono le date (a partire dal 1330 e fino al 1348) dei 23 componimenti e il corrispondente coinvolgimento emotivo di Petrarca secondo da Jones. Le quattro linee tratteggiate sono interpolazioni di alcuni dei punti.

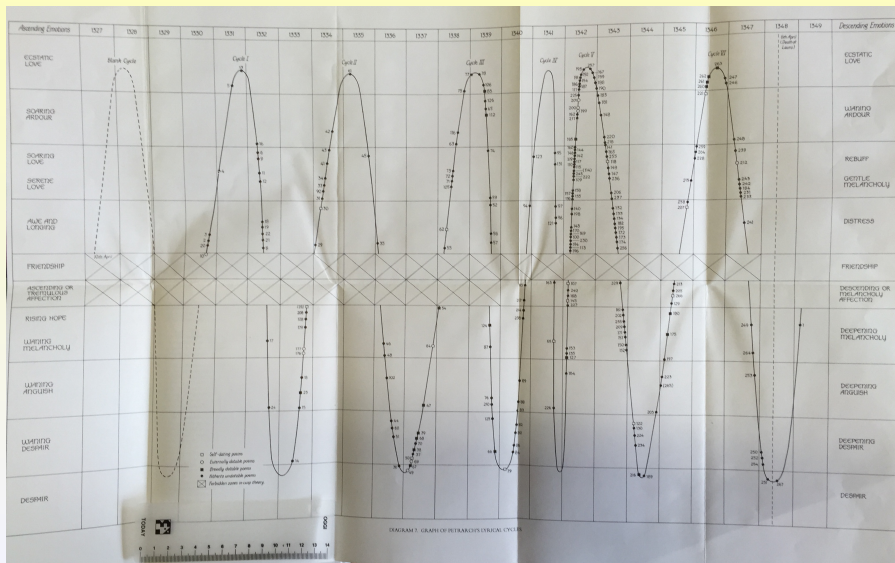
I “cicli” di Jones e il suo “metodo” di datazione

I segmenti interpolanti sono parte di un grafico di tipo periodico (con un periodo di circa 4 anni)?



Sotto questa ipotesi, per ogni componimento *non datato*, Jones fissa $E(t_j)$ ottenendo un numero finito di date possibili t_i . Utilizzando *altre* informazioni storiche scarta quelle meno plausibili fino a selezionarne una sola.

La datazione secondo di Jones



Il modello matematico

S. Rinaldi *Laura and Petrarch, an Intriguing Case of Cyclical Love Dynamics*, (1998)

- $L(t)$ il “grado di attenzione” di Laura alle attenzioni del poeta al tempo t : $L(t) > 0$ denota calda amicizia, $L(t) < 0$ denota contrapposizione o freddezza.

La personalità di Petrarca è più complessa e richiede due variabili

- $P(t)$ il “grado di innamoramento” di Petrarca per Laura al tempo t . Alti valori di P denotano uno stato di estasi amorosa mentre valori negativi profonda disperazione
- $Z(t)$ il livello di **ispirazione poetica** al tempo t .

Quindi un modello con $n = 3$ in cui la terza grandezza non è un “individuo” ma un “catalizzatore” (ma anche “stimolatore” o “moderatore”)



Il modello matematico

S. Rinaldi *Laura and Petrarch, an Intriguing Case of Cyclical Love Dynamics*, (1998)

- $L(t)$ il “grado di attenzione” di Laura alle attenzioni del poeta al tempo t : $L(t) > 0$ denota calda amicizia, $L(t) < 0$ denota contrapposizione o freddezza.

La personalità di Petrarca è più complessa e richiede due variabili

- $P(t)$ il “grado di innamoramento” di Petrarca per Laura al tempo t . Alti valori di P denotano uno stato di estasi amorosa mentre valori negativi profonda disperazione
- $Z(t)$ il livello di **ispirazione poetica** al tempo t .

Quindi un modello con $n = 3$ in cui la terza grandezza non è un “individuo” ma un “catalizzatore” (ma anche “stimolatore” o “moderatore”)



Il modello di Rinaldi (1998)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dL}{dt} = \underbrace{-\alpha_1 L}_{\text{oblio naturale}} + \underbrace{R_L(P)}_{\text{reaz. emotiva di L.}} + \underbrace{\beta_1 A_P}_{\text{sex appeal di P.}}, \\ \frac{dP}{dt} = \underbrace{-\alpha_2 P}_{\text{oblio naturale}} + \underbrace{R_P(L)}_{\text{reaz. emotiva di P.}} + \underbrace{\beta_2 \frac{A_L}{1 + \delta Z}}_{\text{sex appeal di L.}}, \\ \frac{dZ}{dt} = \underbrace{-\alpha_3 Z}_{\text{decadimento naturale}} + \underbrace{\beta_3 P}_{\text{coinvolgimento emotivo di P.}}, \end{array} \right. \quad (1)$$

dove $R_L(\cdot)$ e $R_P(\cdot)$ sono opportune *funzioni di reazione*, A_P [A_L] è l'attrazione (fisica, ma anche sociale e intellettuale) di Petrarca [Laura]. Tutti parametri **in lettere greche** rappresentano **costanti positive**. Non sono quindi prese in considerazione né l'intervento di fattori esterni al rapporto né l'influenza dello scorrere del tempo sulle personalità di Laura e Petrarca.



Giustificazione delle equazioni

- a. Il modo di variare di L nel tempo è la somma di tre fattori. Il primo termine a secondo membro della prima equazione rappresenta il processo di “decadimento”(esponenziale) nel tempo ($\dot{L} < 0$ se $L > 0$) dell'amore di Laura per Petrarca in assenza di altri fattori. Il secondo termine $R_L(P)$ è la reazione di Laura all'amore di Petrarca e la terza è la risposta all'*appeal* che Petrarca esercita su di lei.
- b. Il modo di variare di P nel tempo ha una struttura simile con la variante che la risposta di Petrarca all'*appeal* di Laura dipende anche dalla sua ispirazione $Z_P(t)$. Questa ipotesi tiene conto del fatto, generalmente riconosciuto e accettato, che un'alta tensione “morale” (come quella associata all'ispirazione artistica) tende ad attenuare il ruolo di istinti più primordiali.



Giustificazione delle equazioni

- a. Il modo di variare di L nel tempo è la somma di tre fattori. Il primo termine a secondo membro della prima equazione rappresenta il processo di “decadimento”(esponenziale) nel tempo ($\dot{L} < 0$ se $L > 0$) dell'amore di Laura per Petrarca in assenza di altri fattori. Il secondo termine $R_L(P)$ è la reazione di Laura all'amore di Petrarca e la terza è la risposta all'*appeal* che Petrarca esercita su di lei.
- b. Il modo di variare di P nel tempo ha una struttura simile con la variante che la risposta di Petrarca all'*appeal* di Laura dipende anche dalla sua ispirazione $Z_P(t)$. Questa ipotesi tiene conto del fatto, generalmente riconosciuto e accettato, che un'alta tensione “morale” (come quella associata all'ispirazione artistica) tende ad attenuare il ruolo di istinti più primordiali.



Giustificazione delle equazioni

- a. Il modo di variare di L nel tempo è la somma di tre fattori. Il primo termine a secondo membro della prima equazione rappresenta il processo di “decadimento”(esponenziale) nel tempo ($\dot{L} < 0$ se $L > 0$) dell'amore di Laura per Petrarca in assenza di altri fattori. Il secondo termine $R_L(P)$ è la reazione di Laura all'amore di Petrarca e la terza è la risposta all'*appeal* che Petrarca esercita su di lei.
- b. Il modo di variare di P nel tempo ha una struttura simile con la variante che la risposta di Petrarca all'*appeal* di Laura dipende anche dalla sua ispirazione $Z_P(t)$. Questa ipotesi tiene conto del fatto, generalmente riconosciuto e accettato, che un'alta tensione “morale” (come quella associata all'ispirazione artistica) tende ad attenuare il ruolo di istinti più primordiali.



Il rapporto era anche passionale?

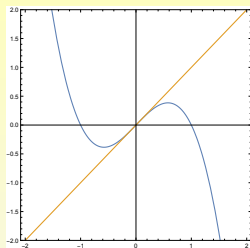
*Con lei foss'io da che si parte il sole,
et non ci vedess'altri che le stelle,
sol una nocte, et mai non fosse l'alba;*

Canzoniere, XXII

mentre in *Posteritati* Petrarca confessa *Libidem me prorsus expertem dicere posse optarem quidem, sed si dicat mentiar* (mi piacerebbe poter dire di essere assolutamente senza libidine, ma se lo dicessi mentirei)



Le funzioni di reazione



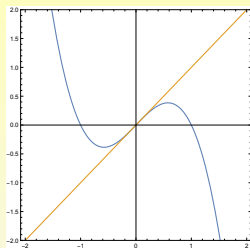
Le funzioni $R_P(L)$ e $R_L(P)$.

Lineare per Petrarca (atteggiamento “sinergico”): ama essere amato e odia essere odiato

Linearità di $R_L(P)$ accettabile solo se P è in un intorno dell’origine (stato indifferente): gradisce essere corteggiata ma fino *ad un certo punto*. È infastidita da un “allontanamento” di Petrarca.



Le funzioni di reazione



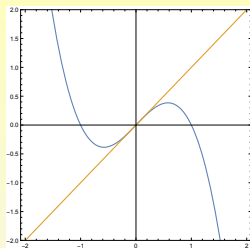
Le funzioni $R_P(L)$ e $R_L(P)$.

Lineare per Petrarca (atteggiamento “sinergico”): ama essere amato e odia essere odiato

Linearità di $R_L(P)$ accettabile solo se P è in un intorno dell'origine (stato indifferente): gradisce essere corteggiata ma fino *ad un certo punto*. È infastidita da un “allontanamento” di Petrarca.



Le funzioni di reazione



Le funzioni $R_P(L)$ e $R_L(P)$.

Lineare per Petrarca (atteggiamento “sinergico”): ama essere amato e odia essere odiato

Linearità di $R_L(P)$ accettabile solo se P è in un intorno dell’origine (stato indifferente): gradisce essere corteggiata ma fino *ad un certo punto*. È infastidita da un “allontanamento” di Petrarca.

Antagonismo di Laura per $P > 0$

Rifiuto di una corte *spinta*

*Mille fiãte, o dolce mia guerrera,
per aver co' begli occhi vostri pace
v'aggio proferto il cor; mã voi non piace
mirar sí basso colla mente altera.*

Canzoniere, XXI



Compassione di Laura per $P < 0$

Reazione allo stato disperato del poeta

*Volgendo gli occhi al mio novo colore
che fa di morte rimembrar la gente,
pietà vi mosse; onde, benignamente
salutando, teneste in vita il core.*

Canzoniere, *LXIII*



I tempi di oblio del sentimento e dell'ispirazione poetica

Laura mai fortemente coinvolta emotivamente ma Petrarca lo è molto!

Inoltre la composizione del Canzoniere dura diversi anni ancora dopo la “morte” di Laura.

Matematicamente $1/\alpha_i$ è il “tempo di rilassamento” cioè il tempo necessario affinché, in assenza di altri termini, la soluzione dell'equazione differenziale sia in rapporto $1/e$ rispetto al suo valore iniziale.

Si sceglie

$$\frac{1}{\alpha_2} > \frac{1}{\alpha_1}, \quad \text{e} \quad \frac{1}{\alpha_3} > \frac{1}{\alpha_1}$$



I tempi di oblio del sentimento e dell'ispirazione poetica

Laura mai fortemente coinvolta emotivamente ma Petrarca lo è molto!

Inoltre la composizione del Canzoniere dura diversi anni ancora dopo la “morte” di Laura.

Matematicamente $1/\alpha_i$ è il “tempo di rilassamento” cioè il tempo necessario affinché, in assenza di altri termini, la soluzione dell'equazione differenziale sia in rapporto $1/e$ rispetto al suo valore iniziale.

Si sceglie

$$\frac{1}{\alpha_2} > \frac{1}{\alpha_1}, \quad \text{e} \quad \frac{1}{\alpha_3} > \frac{1}{\alpha_1}$$



I tempi di oblio del sentimento e dell'ispirazione poetica

Laura mai fortemente coinvolta emotivamente ma Petrarca lo è molto!

Inoltre la composizione del Canzoniere dura diversi anni ancora dopo la “morte” di Laura.

Matematicamente $1/\alpha_i$ è il “tempo di rilassamento” cioè il tempo necessario affinché, in assenza di altri termini, la soluzione dell'equazione differenziale sia in rapporto $1/e$ rispetto al suo valore iniziale.

Si sceglie

$$\frac{1}{\alpha_2} > \frac{1}{\alpha_1}, \quad \mathbf{e} \quad \frac{1}{\alpha_3} > \frac{1}{\alpha_1}$$



Perché $1/\alpha_2 > 1/\alpha_1$?

Il tempo di rilassamento (oblio) $1/\alpha_2$ di Petrarca è molto più lungo di quello di Laura $1/\alpha_1$.

*Solo et pensoso i piú deserti campi
vo mesurando a passi tardi et lenti,
et gli occhi porto per fuggire intenti*

...

*Ma pur sí aspre vie né sí selvagge
cercar non so ch'Amor non venga sempre
ragionando con meco, et io co llui.*

Canzoniere, XXXV



Perché $1/\alpha_2 > 1/\alpha_1$?

Il tempo di rilassamento (oblio) $1/\alpha_2$ di Petrarca è molto più lungo di quello di Laura $1/\alpha_1$.

*Solo et pensoso i piú deserti campi
vo mesurando a passi tardi et lenti,
et gli occhi porto per fuggire intenti*

...

*Ma pur sí aspre vie né sí selvagge
cercar non so ch'Amor non venga sempre
ragionando con meco, et io co llui.*

Canzoniere, XXXV



Perché $1/\alpha_3 > 1/\alpha_1$?

L'ispirazione del poeta dura a lungo, anche anni dopo la morte di Laura

*... Tempo è ben di morire,
et ò tardato piú ch'i' non vorrei.
Madonna è morta, et à seco il mio core;
et volendol seguire,
interromper conven quest'anni rei,
perché mai veder lei
di qua non spero, et l'aspettar m'è noia.*

Canzoniere, CCLXVIII



Perché $1/\alpha_3 > 1/\alpha_1$?

L'ispirazione del poeta dura a lungo, anche anni dopo la morte di Laura

*... Tempo è ben di morire,
et ò tardato piú ch'i' non vorrei.
Madonna è morta, et à seco il mio core;
et volendol seguire,
interromper conven quest'anni rei,
perché mai veder lei
di qua non spero, et l'aspettar m'è noia.*

Canzoniere, CCLXVIII



Il *sex appeal*

Forte fascino esercitato da Laura sul poeta
scarsa considerazione che egli attribuisce a sé stesso!

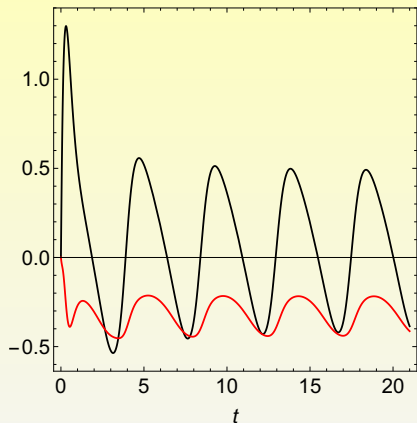
*Il mio adversario in cui veder solete
gli occhi vostri ch'Amore e 'l ciel honora,*

Canzoniere, XLV

dove l'*adversario* è lo specchio in cui Petrarca può quotidianamente constatare il proprio “modesto” fascino fisico.

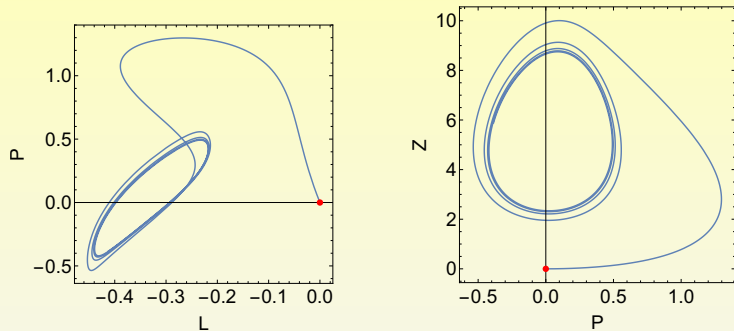


Evoluzione della storia d'amore



Le funzioni $P(t)$ (in nero) e $L(t)$ (in rosso).

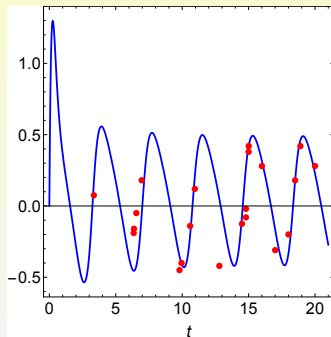
Evoluzione della storia d'amore



Proiezione delle traiettorie nel piano (L, P) (a sinistra) e nel piano (P, Z) (a destra).

Verifica dell'ipotesi di Jones

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 3.6, & \alpha_2 = 1.2, & \alpha_3 = 0.12, \\ \beta_1 = 1.2, & \beta_2 = 6, & \beta_3 = 12, \\ \gamma = \delta = 1, & A_L = 2, & A_P = -1. \end{array} \quad (2)$$

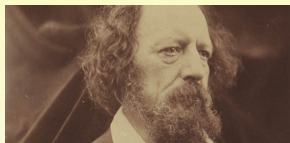


Evoluzione di P in base ai valori (2) insieme ai punti di Jones relativi ai 23 componenti con data certa.



Per concludere....

In omaggio al realismo le equazioni dei modelli dovrebbero essere **non-autonome** (cioè con coefficienti dipendenti dal tempo)... Infatti



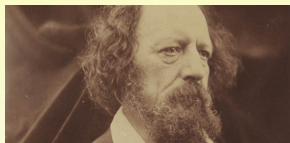
In the spring, a young man's fancy lightly turns to thoughts
of love

*(Nella primavera la fantasia di un giovane si trasforma con leggerezza
in pensieri di amore)*

Locksley Hall, Alfred Lord Tennyson (1809–1892)

Per concludere....

In omaggio al realismo le equazioni dei modelli dovrebbero essere **non-autonome** (cioè con coefficienti dipendenti dal tempo)... Infatti



**In the spring, a young man's fancy lightly turns to thoughts
of love**

*(Nella primavera la fantasia di un giovane si trasforma con leggerezza
in pensieri di amore)*

Locksley Hall, *Alfred Lord Tennyson (1809–1892)*

Alcuni riferimenti bibliografici

- F. Jones *The Structure of Petrarch's Canzoniere* (1995)
- S. Rinaldi e al. *Roxane and Cyrano* (2016)
- F. Dercole e S. Rinaldi *Love stories can be unpredictable: Jules et Jim in the vortex of life* (2014)
- S. Rinaldi e al. *A mathematical model of Pride and Prejudice* (2014)
- S. Rinaldi e al. *A mathematical model of Gone with the Wind* (2013)
- S. Rinaldi e al. *Small discoveries can have great consequences in love affairs: the case of Beauty and the Beast* (2013)
- S. Rinaldi *Laura and Petrarch: An Intriguing Case of Cyclical Love Dynamics* (1998)
- S. Strogatz *Love affairs and differential equations* (1998)
- G. Levinger *Toward the Analysis of Close Relationships* (1980)



Una piccola metafora per questa conferenza

*Nel mezzo del cammin di nostra vita
mi ritrovai per una **selva oscura**,
ché la **diritta via** era smarrita.*

*Ahi quanto a dir qual era è cosa dura
esta selva selvaggia e aspra e forte
che nel pensier rinova la paura!*

*Tant' è amara che poco è più morte;
ma per trattar del ben ch'ì' vi trovai,
dirò de l'altre cose ch'ì' v'ho scorte.*

***Io non so ben ridir com' i' v'intrai**,
tant' era pien di sonno a quel punto
che la **verace via** abbandonai.*

SELVA OSCURA = Filologia

DRITTA VIA = Matematica



Una piccola metafora per questa conferenza

*Nel mezzo del cammin di nostra vita
mi ritrovai per una **selva oscura**,
ché la **diritta via** era smarrita.
Ahi quanto a dir qual era è cosa dura
esta selva selvaggia e aspra e forte
che nel pensier rinova la paura!
Tant' è amara che poco è più morte;
ma per trattar del ben ch'i' vi trovai,
dirò de l'altre cose ch'i' v'ho scorte.
Io non so ben ridir com' i' v'intrai,
tant' era pien di sonno a quel punto
che la **verace via** abbandonai.*

SELVA OSCURA = Filologia

DRITTA VIA = Matematica



Grazie per l'attenzione

....

e ora l'amico e collega

Roberto Mercuri

nel ruolo di “Virgilio” ci condurrà per mano
nella “selva oscura”



Grazie per l'attenzione

....

e ora l'amico e collega

Roberto Mercuri

nel ruolo di “Virgilio” ci condurrà per mano
nella “selva oscura”

